DESCRIZIONE, ED USO
DEL
TRISECANGOLO

COLLA GIUNTA DI UN NUOVO METODO

CONCERNENTE ALLA MISURA DE' PIANI
ORIZZONTALI MULTILATERI

DI

ORONZIO COSI.

At nunc succincti, quæ sint bona, disce libelli;
. . . . . Si cui forte legeris,
Sis licet usque malus, non odiosus eris.

MARTIAL. lib. II. epigr. I.

NAPOLI
1806.

Dai Torchj di ANGELO CODA

Col dovuto permesso.

L' EDITORE

La novità dell' idee, contenute in quest' Opuscolo, e l' utilità che da esse discende, sono due oggetti ormai assicurati. E' troppo lusinghiero pel giovine Autore il giudizio, che ne ha dato in favor suo l' illustre nostro Matematico D. Niccola Fergola, per incarico avutone dal Real Ministero dell' Interno. In esito a questo giudizio l' Autore gode già per Sovrana munificenza di una pensione, che ristora in un certo modo le sue fortune: e oltracciò il Governo ha preso in mira la sua ulteriore coltura nelle Scienze Matematiche.

Possa questo esempio destare una valorosa emulazione ne' talenti, di cui altronde la nostra Nazione ha ben motivo di gloriarsi!

DESCRIZIONE

DEL

TRISECANGOLO.

Do questo nome ad uno strumento di mia invenzione; coll' uso del quale mi propongo di far rimanere trisecato un angolo rettilineo qualunque. Io vado a presentare la descrizione di codesto strumento, per indi portarlo al fatto. Mi auguro che il Pubblico abbia a sentire buon grado delle mie intenzioni.

COSTRUZIONE, E MECCANISMO DEL TRISECANGOLO.

Ecco le parti, che compongono il Trisecangolo, ed il meccanismo, con cui restano architettate.

1. Due regoli di ottone OH, CF (*Fig. I.*). Nel regolo CF si faccia in cima un picciolo incavo *Ct*, e nel regolo OH una scannellatura *rs*, della cui lunghezza si dirà più giù. Di poi si prenda un ordegno, imitante in certo modo una palettina col manico a vite, come si osserva in *p*, la cui parte piana s'introduce nel picciolo incavo *Ct*, e vi si affida con una vite in modo da potere intorno ad essa girare. Ciò fatto, si passi ad introdurre

nella scannellatura *rs* la parte rotonda, o manico dell' ordegno in questione. Un siffatto manico sorpassando la doppiezza del regolo OH', e quindi venendo fuora sulla facciata esterna di quest'ultimo, è ivi ritenuto da una vite di compressione *a*, la quale, secondo che si rallenta, o si stringe, ora permette all' ordegno di scorrere liberamente insieme col regolo CF lungo la scannellatura, ora lo tien fermo a qualunque punto di essa. Dietro questo meccanismo è agevole a rimarcarsi, che de' due regoli OH, CF se ne sia costruita una spezie di compasso, mobile nel sito della loro connessione. Ne vedremo da quì a poco l' oggetto.

2. Sul regolo CF si segnino tre divisioni uguali, principiando dall' estremità C, e queste sieno CP, PK, KG. Nel punto P, termine della prima porzione CP, e propriamente nella facciata interna del regolo, segnata *y*, si faccia un incavo, in cui devesi incastrare un pezzo di ottone, che si rilevi alquanto sul livello della sopraffaccia interna del regolo. L'oggetto di questo pezzo aggiunto si riduce a poter praticare in esso un picciol forame, il di cui mezzo coincida esattamente sul profilo *qv* di quel regolo.

3. Dal punto K sino a G, o sia lungo la terza parte KG scelta sul regolo CF, si ribassi il livello della sua sopraffaccia interna, per quanto è lungo il picciol raggio del forame fatto in *y*. Questa intera porzione KG debbe avere una scannellatura, simile a quella praticata in *sr* dell' altro regolo.

4. Tornando al regolo OH si segni su questo una porzione *dD* eguale alla porzione CK del regolo CF: nell'intelligenza che la porzione *dD* devesi cominciare a contar-

dal punto di contatto, ove s' incontrano i due regoli nella parte superiore, quando si tenga lo strumento chiuso (*Fig.* 3.). Si pratichi in D dalla sua parte interna un incavo per ricevere l' incastramento di un picciol pezzo di ottone sopraggiunto, ch'è *x*, il quale dev' essere architettato al modo istesso sulla faccia interna del regolo OH, come si vide in *y* nel regolo CF. Nel pezzettino incastrato in *x* si formerà il suo forametto colla stessa norma, come in *y*.

5. Nel foro praticato in *x*, mercè una vite, si assicurino due righe metalliche di picciolissima larghezza, architettate in modo da poter essere girevoli intorno al loro perno. L'una di esse si va ad assicurare con un' altra vite nel forame *y* del regolo CF, espressa nella figura da *xy*. L' altra riga nel suo estremo opposto ad *x*, anche mercè una vite si unisce ad un ordegno a palettina simile a quello, di cui è guarnito l' estremo superiore C del regolo CF. Di questo ordegno la parte piana è quella, che resta unita alla riga mercè la vite: per rimanervi scorrevole, come l' ordegno in C per la scannellatura *rs*, si viene ad introdurre il manico a vite nella scannellatura *qZ* del regolo CF; quindi esso non manca della sua vite di compressione *m* necessaria per sofferinarlo ad arbitrio lungo la scannellatura mentovata. Si badi, che queste due righe siano eguali a contare da loro centri di moto, cioè *xy* sia uguale ad *xn*. E per ultimo la lunghezza di ciascuna delle righe deve essere perfettamente uguale alla porzione CP del regolo CF, val quanto dire all' interno profilo *yv* della porzion mentovata, contando dalla punta della vite in *y* sino all' estremità superiore di esso.

6. Si badi, che le viti di pressione da intromettersi ne' forami *y*, *x*, ed *n* siano così lunghe da potere sporger

fuora colle loro punte sul livello de' due gran regoli dalla parte inferiore, tutte le volte ch' esse si spingono giù, stringendosi sino all' ultimo della loro spirale. Questa parte inferiore delle viti, che dee sorpassare il livello de' regoli, fa d'uopo che sia acuminata in modo da poter lasciare l' impressione di una puntura sulla carta.

Nota

E' necessario avvertire, che per l' eleganza dello strumento, e perchè possano le due facciate interne de' regoli esattamente combaciare, quando esso si tenga chiuso (*Fig.* 3.); in ciascuna delle mentovate facciate vi sia un piccolo incavo destinato a ricevere i risalti corrispondenti de' pezzi in *x*, in *y*, in *n*.

AVVERTIMENTO I.

La lunghezza della scannellatura *rs* del regolo OH deve avere una tale estensione da potere per essa scendere tanto giù l' estremità C del regolo CF, che permetta all' estremo *n* della riga *xn* di allogarsi nel punto *q*, o sia nel termine della scannellatura *Zq* di quel regolo. Nell' intelligenza, che se anche la lunghezza della scannellatura *rs* ecceda questo bisogno, non risulterà sconcerto di sorta alcuna, potendosi il punto C del regolo CF assodare in quel punto, che si desidera lungo la scannellatura *rs*.

AVVERTIMENTO II.

Per assicurarsi a tutta pruova dell' esattezza del Trisecangolo, chiuso, qual' è nella figura 3., si guardi dalla sua facciata inferiore, e si rimarchi.

1. Se stringendosi le viti in *y*, in *x*, in *n*, le loro punte, che vengono a sporgere su quella facciata, cadano effettivamente nella linea del profilo, come fa d' uopo.

2. Se siasi ottenuta col fatto l' equidistanza delle punte delle viti tra loro, e di quella della vite in *y* dall' estremità *v* del regolo FC.

ANALISI DEL MECCANISMO DEL TRISECANGOLO.

1. L' oggetto del meccanismo adoprato nella connessione de' due regoli in *v*, si è quello di fare, che l' estremità C del regolo CF si muova da su in giù, lungo la scannellatura *rs* del regolo compagno, radendo inalterabilmente la superficie interna *rs* di quest' ultimo, col quale produce sempre un angolo acuto in *v* nella divaricazione dello strumento, e facendo serbare al lato *vy* di quest' angolo una costante lunghezza; il che non sarebbe giammai avvenuto, se i due regoli si fussero connessi insieme alla guisa ordinaria de' compassi.

2. Il forame praticato in *y* sul regolo CF ebbe il disegno di fare, che la punta della vite in esso introdotta segni all' uopo sulla carta un punto coincidente sul profilo interno del regolo mentovato. Per lo stess' oggetto fu ripianata dalla parte interna del regolo la porzione *qZ* per un raggio del forametto *y*, a fine di fare egualmente coin-

cidere la punta della vite introdotta in *n* dello stesso profilo, val quanto dire per avere i punti *y*, ed *n* sulla stessa linea. Con un pari meccanismo è foggiato il forame *x* sul regolo OH, affinchè colla vite appartenente a questo forame, si possa segnar sulla carta un punto coincidente sul profilo interno di questo regolo, ossia sulla linea *vx*.

3. La connessione della riga *xn* coll' ordegno in *n*, mentre promette ch' essa resti mobile lungo la scannellatura *q*Z del regolo CF, determina in una maniera inalterabile la sua lunghezza *xn*, tutte le volte che si faccia scorrere per la sopraffaccia *q*Z, rasente la quale devesi trovare la vite in *n*.

4. La scannellatura *q*Z praticata sul regolo CF si estese sino a K ad oggetto, che trasferendosi il punto *n* della riga *xn* in *q*, (*fig.* 2.), termine superiore della scannellatura; si possano avere i due punti *x*, ed *n* in tale posizione da dar la traccia d' una linea *xn* perpendicolare sul profilo interno *vg* del regolo OH.

5. Che col punto K, principio della terza divisione fatta sul regolo CF, si segni l'angolo retto *nxv*, così lo dimostro. Essendo KP uguale a PC per costruzione, è ben anche uguale si alla riga *xy*, che alla riga *xn*. Segue da ciò, che il triangolo *yxn*, tracciato dalle rette, che uniscono sulla carta i punti segnati dalle punte delle viti in *y*, in *x*, in *n*, sia equilatero, e quindi ciascun angolo di gr. 60. Ma essendo *xy* uguale ad *yv*, l' angolo in *v* è uguale all' angolo *vxy*, come angoli alla base del triangolo isoscele *xyv*; l' angolo dunque *xyn*, come esteriore, è doppio dell' angolo *vxy*. Ma l' esteriore *xyn* è di gr. 60; dunque *vxy* di gr. 30, il quale aggiunto all' angolo *yxn* anche di gr. 60, avremo l' intiero angolo *vxn* di gr. 90, e per-

ciò un retto, e quindi la retta *nx*, ch'è tra i punti segnati dalle punte delle viti in *n*, ed in *x*, cade perpendicolare sul profilo *vg* del regolo OH.

6. Or l'oggetto di avere stabilito l'angolo retto *nxv*, e perciò *nxg* si è quello di fare, che chiudendosi lo strumento, l'angolo *nxg* si venga man mano ad impicciolire, passando gradatamente per tutt'i possibili gradi, e minuti di un angolo acuto; ed in fine combaciandosi la retta *xn* col profilo *gx* del regolo OH, si disperda qualsisia traccia di angolo, come si può vedere nella figura 1. e 3.

USO DEL TRISECANGOLO

AVVERTIMENTO.

La trisezione, che ci proponghiamo, riguarda, e debbe riguardare soltanto gli angoli acuti, ed ottusi; mentre l'angolo retto si trova da più tempo geometricamente trisecato.

PROBLEMA.

Dato un angolo rettilineo qualunque dividersi in tre parti eguali.

RISOLUZIONE.

Parte 1. — 1. Dato l'angolo acuto *gxh* da trisecarsi (*fig.* 1.), si prolunghi indeterminatamente il suo lato *gx* verso *r*.

2. Rallentate le viti di compressione *a*, ed *m* del Triscangolo, questo si adatti in modo sull' angolo dato *gxh*, che il profilo interno del suo regolo HO coincida sul lato *gx* prolungato, mentre la vite in *x*, stringendosi, vada colla sua punta a toccare esattamente il vertice dell' angolo dato.

3. Tenendo stabilmente fisso lo strumento nel suo regolo OH, affinchè quest' ultimo non sposti dal sito ricevuto, si faccia giuocare in modo l' altro regolo CF tuttora mobile, e si trasferisca da giù in su l' ordegno *n* per la scannellatura GK insieme colla riga *xn*, da far sì, che la punta della vite in *n*, stringendola, lasci la sua impressione su qualche punto del lato *xh* dell' angolo dato.

4. Quindi si stringa la vite in *y* per segnare anch' essa un punto sulla carta.

5. Ottenuti in tal modo sulla carta il punto *x*, che coincide sul vertice dell' angolo dato *gxh*, il punto *n*, ch' è sul lato *xh* di quest' angolo, ed il punto *y*, che sta sulla carta, si uniscano i punti *x*, *y* colla retta *xy*, ed i punti *n*, *y* coll' altra retta *ny*, e quest' ultima prolungata indeterminatamente, sinchè s' incontri col lato *gx*, prolungato in *r*, la figura impressa, che ne risulta, si osserva essere *gvn* (*fig.* 4.).

Dico, che l' angolo *xny* ci dia la terza parte dell' angolo dato *gxh*, come si desiderava.

DIMOSTRAZIONE.

Nell' applicazione suddettagliata del Trisecangolo, da cui sorge sulla carta l'intera figura *gxvn* (*fig.* 4.), il profilo interno del regolo CF coincide sulla retta *nu*, mentre il profilo interno dell'altro regolo OH corrisponde colla retta *gv*. Posto ciò, i punti *x*, *y*, *n* segnati sulla carta, non che il punto *v*, dove si uniscono le due rette traccianti i mentovati profili, debbono serbare le distanze assegnate alla costruzione del Trisecangolo. Val quanto dire, che risulteranno eguali tra loro le tre rette *xn*, *xy*, *yv*.

Per costruzione nel triangolo xyv le due rette *xy*, *yv* sono eguali. Dunque il triangolo xyv è isoscele, quindi eguali tra loro i due angoli *vxy*, *yvx*, e perciò l'angolo esterno *xyn* è doppio dell'angolo opposto interno *xvy*. Parimente per costruzione il triangolo *nxy* è isoscele, e quindi l'angolo *xny* eguale all'angolo *xyn*; ossia l'angolo *xny* doppio dell'angolo *xvy*. Ma gli angoli *xny*, *xvy* raffigurano gli angoli interni opposti dell'angolo *gxh*, che fa di esteriore nel triangolo *nvx*; dunque l'angolo *gxh* è uguale alla somma de' due angoli mentovati *xnv*, *xvn*, ossia è triplo del solo angolo *xvn*, essendo questo la metà dell'angolo *xnv*; dunque l'angolo *xvn* rappresenta la terza parte dell'angolo dato da trisecarsi *gxh*.

Parte 2. — Per trisecarsi l'angolo ottuso, conviene dapprima dividerlo in due angoli eguali, di cui ciascuno necessariamente è un angolo acuto; e ciò fatto si trisecano questi separatamente col metodo su esposto. In tal caso tutto l'angolo ottuso resta diviso in sei parti eguali, e quindi di necessità in tre parti.

Avvertimento 1.

Se l'angolo acuto, che si vuol trisecare, sarà piccolo in modo, che sfugga la comoda operazione del Trisecangolo, in tal caso si può questa facilitare col raddoppiarlo; dappoichè l'angolo doppio dividendosi in tre parti eguali, e quindi bisecandosi una di esse, si ha in tal modo la trisezione dell'angolo dato. Supponendo ancor piccolo a segno l'angolo raddoppiato da non poter subire agevolmente la nostra operazione, in questo caso l'angolo si quadruplica, e proporzionatamente si opera come sopra.

Avvertimento 2.

E' un dovere indispensabile all'ingenuità filosofica l'aggiungere in questo luogo una notizia concernente al merito dello strumento, di cui si è presentato il dettaglio. In difetto di essa niente più facile, che vedere insorgere delle declamazioni di plagio contro alla mia scoperta. Mi si parlerebbe di essa, come di un affare già risoluto nelle Opere di valenti Matematici, e soprattutto mi si ricorderebbe la Collezione Matematica di Pappo Alessandrino, l'opera di Vieta, l'Aritmetica Universale del Newton. Questi valenti Uomini, trattando siffatto argomento, han preso la risorta de' triangoli isosceli per la trisezione ora meccanica, ed ora sublime dell'angolo rettilineo; quella risorta appunto, su cui è fondata la costruzione del mio strumento. Or senza protestare inutilmente, che la cognizione di quest' Opere è stata per me posteriore all'epoca dello sviluppo delle mie idee; senza macchiarmi della temerità di entrare in contenzione con Uomini

di tanto merito, io non imploro, che l' imparziale giudizio del Pubblico istruito su quest' oggetto. Esso vedrà

1. Che il Problema 8. del lib. 4. della Collezione Matematica di Pappo, come la prop. 9. dell' Opera Matematica di Vieta nel Supplemento alla Geometria, non contengono, che de' tentativi per andare rintracciando all' azzardo, mercè del benefizio di una riga mobile, l' eguaglianza di alcune linee, d' onde dee risultare l' isoscelismo de' triangoli desiderati. Questo azzardo non è nelle mie tracce; poichè lo strumento, che io ho presentato, offre stabilmente il mezzo, onde giungere all' isoscelismo de' miei triangoli, e quindi è di una facile, e spedita applicazione.

2. Che il Probl. 29. dell' Aritmetica Universale di Newton nella sua risoluzione delle questioni geometriche abbraccia la discussione di questo argomento colle vedute di una Matematica sublime, e non mai con quelle della costruzione di uno strumento, ricavata dai principj di una elementar geometria, da servire all' uopo.

3. Che la compilazione di uno strumento, quando anche i principj, su di cui è basato fossero conosciuti in modo da non rimanere, che portarli al fatto; è sempre una operazion benemerita nelle scienze, e nelle arti. Ma noi non siamo a questo caso, come ben si rileva da ciò, che si è fatto rimarcare poc' anzi.

ESPOSIZIONE

Di un nuovo Metodo concernente alla misura dei Piani orizzontali multilateri.

L'opportunità di aver presentato al giudizio del Pubblico la descrizione del Trisecangolo, mi dà l'occasione di sottomettere allo stesso giudizio un Metodo, ch'io reputo, per la misura de' piani orizzontali multilateri, assai più comodo degli altri conosciuti finora. Intanto alla sua esposizione convien che preceda quella di un Teorema, anche nuovo e da me escogitato, il quale dee servirle, come di Lemma.

TEOREMA

Si dia un Quadrilatero CAON qualunque (*fig.* 5.), i di cui lati siano bisecati in B, in S, in M, in P, e questi punti medj si uniscano mercè le rette SB, SM, BP, MP; da queste nè risulterà un quadrilatero SMPB, che sarà sempre un parallelogrammo, e la metà del quadrilatero dato.

DIMOSTRAZIONE

Parte 1. — Per i vertici degli opposti angoli del quadrilatero dato si tirino le diaconali CO, AN. Ciò fatto ne sorgerà il Triangolo ACN, i di cui lati AC, NC si trovan tagliati per ipotesi in proporzione dalla retta BP. Dunque questa BP è parallela ad AN, come dalla Geome-

tria elementare. Del modo istesso si dimostra, che SM è parallela ad AN, e perciò parallela a BP; come anche similmente si dimostrano SB, MP parallele ad OC, e quindi parallele tra loro. Dunque il quadrilatero SMPB è un parallelogrammo.

Parte 2. — Il Triangolo CXA sta al Triangolo CVB, come AC_q a BC_q. Ma essendo BC metà di AC; ne segue, che AC_q sia quadruplo di BC_q: dunque il Triangolo ACX è quadruplo del Triangolo CBV. Dello stesso modo dimostrasi, che il medesimo triangolo ACX sia ancor quadruplo del triangolo AYB; donde risulta, che i due triangoli AYB, BVC siano eguali tra loro, e che uniti insieme siano di necessità uguali al picciol parallelogrammo BYXV. Non avviene altrimenti pel parallelogrammo YK, che si dimostri uguale ai due triangoli AYS, SKO, ben anche tra loro eguali: il parallelogrammo XM è uguale ai due triangoli OKM, MFN; ed il parallelogrammo VF uguale ai due triangoli FPN, PVC. Dunque tutto il parallelogrammo BM è uguale a tutt'i triangoli, che lo circondano, e perciò vale la metà del quadrilatero dato. Ch'è quanto si desiderava.

METODO

Una tal verità ci somministra l'enunziato nuovo metodo di misurare con esattezza, e con una gran facilità qualunque piano orizzontale accessibile nell'interno, e qualunque pianta.

Dato un piano quadrilatero, che sia XHSZ (*fig.6.*); per misurarlo conviene primamente dividere tre suoi lati per metà, e siano ZS, SH, HX, il che riesce ben facile

in pratica, e soprattutto trattandosi di piante quadrilatere. In seguito dal punto mezzano A del lato SH si abbassi la perpendicolare AO sulla BC, che si è da prima tracciata, congiungendo i punti B, e C segnati ne' lati opposti SZ, HX. Ciò fatto, la perpendicolare AO moltiplicata per BC, dà in prodotto l' estensione del parallelogrammo, che vale la metà del quadrilatero dato; com' è noto dalla Proposizione precedente, e quindi nel doppio di tal prodotto si avrà esattamente la misura desiderata.

Nel caso poi che il piano sia multilatero, si riduce preventivamente in quadrilateri, e poscia su ciascuno si adopera il nostro metodo: il che riesce molto più comodo, perchè un lato si trova sempre bisecato, mercè la prima operazione. Lo stesso vale per le Piante, ed anzi in un modo più facile; come si può agevolmente comprendere.

Il vantaggio del metodo proposto consiste nell' essere di una più comoda, e meno implicata esecuzione, rimpetto agli altri praticati finora; poichè lungi dal moltiplicarsi in esso le operazioni sul terreno, le quali non sempre hanno agevole riuscita, invece vi sono queste notabilmente accorciate, serbando sempre tutta l' esattezza ne' risultati. Cosa mai si potrebbe attendere di più importante su tal proposito?

VAM 1540497